

# 平成15年度 プロセス制御工学試験問題

解答用紙の1, 2枚目に最終的な解答を記号と共に記号順に記入し, 3枚目以降は下書きまたは計算用に使用すること。丁寧かつ明瞭な解答を心掛けること。解答が曖昧な場合は, 採点の対象としない。電卓のみ持ち込みを許可するが, テキストやノートなどは一切持ち込んではいない。

## [ 問題 ]

あなたは上司から, 反応器の制御系設計という仕事を任された。初めて経験する仕事であるが, 幸いにも学生時代に「プロセス制御工学」という講義を受けていた。もっと勉強しておけば良かったという後悔の念に苛まれながらも, 講義内容を思い出しながら, 自力で制御系の設計を試みた。以下の文章は, 制御系設計当時(未来のことだが)の資料である。良く読んで, 空欄に最も相応しい用語や数式, あるいは図を答えなさい。なお, 同一記号の空欄は同一の用語であることを意味し, 異なる記号に同一の用語が該当することはない。

### 問題設定と準備

発熱反応 ( $A+B \rightarrow C$ ) によって製品Cを生産するために, 図1に示す冷却ジャケット付き連続攪拌槽型反応器が用意された。このプロセスに課せられた使命は, 製品Cを指示された量だけ生産することである。当然ながら, 経済性の観点から, 反応率を高く維持することも要求される。

このプロセスを自動運転するための制御系を設計する。良い制御系を設計するためには, 制御目的を明確にし, プロセスの特徴を十分に理解することが重要である。このプロセスに関する変数を列挙してみると,

原料流量, 原料濃度, 原料温度, 反応器内温度, 反応器内濃度, 反応器内液高さ, 反応器内圧力, 冷却水流量, 冷却水入口側温度, 冷却水出口側温度, 冷却ジャケット内温度, 製品流量, 製品濃度, 製品温度, 外気温

などが挙げられる。これらの変数は, 外界からプロセスへの影響を表す (A) とプロセスから外界への影響を表す (B) とに分類できる。実際に分類してみると, (A) は原料

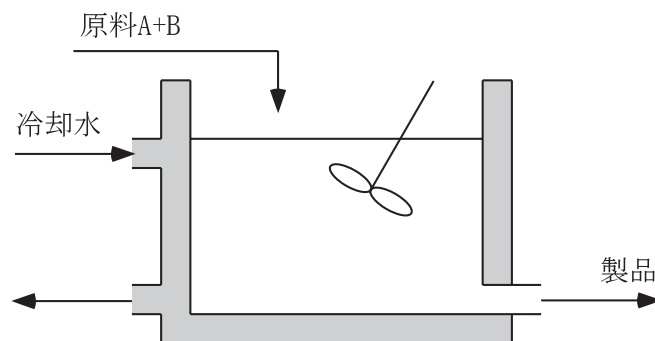


図1 冷却ジャケット付き連続攪拌槽型反応器

流量，原料濃度，原料温度，冷却水流量，冷却水入口側温度，製品流量，外気温であり，**(B)** は反応器内温度，反応器内濃度，反応器内液高さ，反応器内圧力，冷却水出口側温度，冷却ジャケット内温度，製品濃度，製品温度である．なお，ここでは製品流量を便宜上 **(A)** に分類しておく．

**(A)** はさらに **(C)** と **(D)** に分類できる．本プロセスの場合，**(C)** は原料流量，冷却水流量，製品流量の3変数であり，それ以外の **(A)** は **(D)** である．ただし，原料流量は生産計画によって予め決定されるとしておく．

### 制御系設計へ向けて

さて，本プロセスの運転目的は製品Cを指示された量だけ生産することであった．この目的を達成するために必要な制御系を設計するわけであるが，まず第一に，制御すべき変数を決定する．この段階ではプロセスの安全性を重視しなければならない．反応器内で発熱反応が起こることから，反応器内温度を制御する必要がある．仮に反応器内温度を制御しなければ，温度上昇と反応速度上昇との相乗効果で大事故を起こしかねない．加えて，反応器内液高さも制御しなければならない．反応器が空になったり，内容物が溢れたりすることを防ぐためには当然である．

この2変数に加えて，製品Cを指示された量だけ生産するためには，製品流量と製品中の成分C濃度を制御するのが直接的である．ただし，原料流量が希望する製品生産量を実現できるように生産計画によって予め定められるため，製品流量を独立に制御することはできない．いま，反応器内で完全混合を仮定し，製品濃度は反応器内濃度に，製品温度は反応器内温度に等しいとする．この場合，反応器内での成分C濃度を測定できれば良いのであるが，残念ながら，濃度を測定する装置がない．高価な分析機器の導入を上司が許してくれなかったためである．そこで，反応器内濃度に代わる変数を探さなければならない．1つの方法として，濃度測定値を利用する代わりに，温度や流量などのオンライン測定可能な変数から濃度を推定し，その濃度推定値を制御する方法がある．この制御方法は **(E)** と呼ばれる．しかし，運転データが十分には存在しないため，現段階では推定モデルを構築することができない．ところがよく考えてみると，反応温度が一定に保たれていれば，原料流量，原料濃度，反応器内液高さなどが指示通りである限り，反応速度も一定となることが期待される．したがって，本プロセスでは濃度を直接制御せず，温度制御によって濃度が一定に保たれると考える．

さて，本プロセスを制御するに際して操作可能な変数として冷却水流量と製品流量を考えることとした．すなわち，**(C)** は冷却水流量と製品流量の2変数であり，**(F)** は反応器内温度と反応器内液高さの2変数である．このように複数個の **(C)** と **(F)** を有するプロセスは多入力多出力系あるいは多変数系と呼ばれる．

多変数系の制御を行う場合には，プロセス全体を一括して制御する多変数制御を採用するか，あるいは **(C)** と **(F)** を一つずつ対応づける **(G)** を採用するかを選択しなければならない．本プロセスの場合，わざわざ多変数制御を利用しなくとも，冷却水流量で **(H)** を，製品流量で **(I)** を制御すれば良いことが直感的に明らかである．したがって，**(G)** を採用する．

### コントローラの設計(1)

次に，具体的なコントローラの設計に移る．まず，反応器内液高さを制御するコントロー

ラの設計に先立って、プロセスの物理モデルを構築しておく。原料流量を  $F_i[m^3/min]$ ，製品流量を  $F[m^3/min]$ ，反応器内断面積を  $A[m^2]$ ，液高さを  $L[m]$ ，原料の液密度を  $\rho_i[kg/m^3]$ ，製品の液密度を  $\rho[kg/m^3]$  とすると，物質収支式は

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (J) \quad (1)$$

で与えられる。さらに，液密度は物質に依らず同じ値をとり，かつ温度に依らず常に一定（この値を  $\rho$  とする）であると仮定すると，断面積  $A$  も一定であることを考慮して，物質収支式は

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (K) \quad (2)$$

と簡単になる。基準とする定常状態における原料流量を  $F_i^*[m^3/min]$ ，製品流量を  $F^*[m^3/min]$ ，液高さを  $L^*[m]$  とすると，この定常状態における物質収支式は

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (L) \quad (3)$$

となる。この2式より，各変数の定常値からの偏差  $\Delta F_i, \Delta F, \Delta L$  について

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (M) \quad (4)$$

が導かれる。偏差  $\Delta F_i, \Delta F, \Delta L$  のラプラス変換をそれぞれ  $\Delta F_i(s), \Delta F(s), \Delta L(s)$  と表すことにすると，上式をラプラス変換して

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (N) \quad (5)$$

を得る。すなわち，製品流量  $\Delta F(s)$  から液高さ  $\Delta L(s)$  への伝達関数  $G_1(s)$  は  $\boxed{(O)}$  である。この伝達関数の特徴を把握するために，ステップ応答を描くことにする。原料流量を一定にしたまま，製品流量をステップ状に  $k(> 0)[m^3/min]$  だけ変化させる。すなわち，

$$\Delta F(s) = k/s, \quad \Delta F_i(s) = 0 \quad (6)$$

とする。このとき， $\Delta L$  の時間変化はラプラス逆変換を用いて

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (P) \quad (7)$$

で与えられる。これより，液高さ  $L$  のステップ応答を丁寧に図示すると， $\boxed{(Q)}$  のようになる。

それでは，コントローラを設計する。制御目的は，原料流量など運転条件が変化した場合にも液高さをその設定値に保持することである。また，設定値を変更した場合にも，液高さが新しい設定値に保持される必要がある。設定値と制御量との差は  $\boxed{(R)}$  と呼ばれ，特に定常状態における差は  $\boxed{(S)}$  と呼ばれる。したがって，ここでの制御目的は液高さの  $\boxed{(S)}$  をゼロにすることである。それでは，この制御目的を達成できる最も単純なコントローラを設計する。そのようなコントローラ  $C(s)$  は定数  $K_P$  で与えられ，この制御を  $\boxed{(T)}$  と呼ぶ。ただし， $K_P$  の符号は  $\boxed{(U)}$  でなければならない。液高さ  $\Delta L$  について，その設定値からの閉ループ伝達関数は  $\boxed{(V)}$  であるから，最終値定理を用いて，

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (W) \quad (8)$$

のように，ステップ状設定値変更に対して (S) がゼロになることを証明できる．

## コントローラ的设计 ( 2 )

次に，反応器内温度を制御するコントローラ的设计に移る．このコントローラ的设计に際しては，実際に反応器を用いてモデル同定実験を行った．その結果，冷却水流量  $F_w[m^3/min]$  から反応器内温度  $T[K]$  への伝達関数は，一次遅れ要素とむだ時間要素で表現できることが判明した．計算結果によると，定常ゲインは  $3.5[K \cdot min/m^3]$ ，時定数は  $15.0[min]$ ，むだ時間は  $2.0[min]$  であった．これより，この伝達関数  $G_2(s)$  は (X) と書ける．入力の変化幅が  $0.2[m^3/min]$  の場合のステップ応答を丁寧に図示すると，(Y) のようになる．

この反応器内温度制御においては，I-PD 制御を利用することにした．一般に，I-PD 制御系のブロック線図は (Z) となる．ここで， $K_P$  は (AA)， $T_I$  は (BB)， $T_D$  は (CC) と呼ばれるパラメータである．PID 制御と比較して，I-PD 制御を用いるメリットは，以下のようにまとめられる．

(DD)

なお，I-PD 制御系において，設定値から制御量への閉ループ伝達関数は (EE) で与えられる．

## さらなる困難

I-PD 制御の導入により，外乱および設定値変更に対して良好な温度制御を実現できた．ところが，時折，反応器内温度が大きく設定値からずれる現象が見られた．運転データで確認したが，原料の条件が変化した様子はなかった．さらに調査を進めたところ，冷却水温度が変化し，その結果として反応器内温度が設定値からずれることがわかった．この外乱による影響を抑制する方法として，冷却水入口側温度を測定し，その変化が反応器内温度に与える影響を見積もり，その影響をちょうど打ち消すように冷却水流量を変化させる方法が考えられる．このような制御は，フィードバック制御に対して，(FF) と呼ばれる．しかし今回は，冷却ジャケット内温度を測定し，この温度のフィードバック制御を行うことにする．つまり，冷却水入口側温度が変化したとしても，冷却ジャケット内温度を一定に保持することができれば，その結果として反応器内温度も一定に保たれると考えた．

問題は，上記のような制御系をどうやって構築するかである．操作できる変数は冷却水流量であるが，これを冷却ジャケット内温度の制御に用いれば，反応器内温度を制御する変数がなくなってしまう．そこで，やや複雑にはなるが，以下のような二重構造の制御系を構築することにする．

まず，冷却水流量を調節して冷却ジャケット内温度を制御する制御系を構築する．冷却水流量から冷却ジャケット内温度への伝達関数を  $P_1(s)$ ，コントローラの伝達関数を  $C_1(s)$  とすると，この制御系のブロック線図は (GG) のようになる．この制御系全体について，その入力変数は冷却ジャケット内温度設定値であり，その出力変数は冷却ジャケット内温度である．さらに，冷却ジャケット内温度設定値から冷却ジャケット内温度への閉ループ伝達関数は (HH) で与えられるので，この制御系全体を 1 つのブロックとして表すことができる．

次に，冷却ジャケット内温度が反応器内温度に影響を及ぼすことから，冷却ジャケット内温度から反応器内温度への伝達関数を  $P_2(s)$  とする．そして，冷却ジャケット内温度設

定値を調節して反応器内温度を制御する制御系を構築する．この2つめのコントローラの伝達関数を  $C_2(s)$  とすると，先に構築した制御系をも含む制御系全体のブロック線図は (II) のようになる．このブロック線図を見ると，2つめの制御ループが1つめの制御ループを内側に含むような構成になっている．このような制御をカスケード制御と呼ぶ．カスケード制御を導入した結果，冷却水温度の変化にも強い優れた制御系を構築することができた．

表 1 ラプラス変換公式

	時間領域	s 領域
線形	$af(t) + bg(t)$	$aF(s) + bG(s)$
合成積	$\int_0^t f(t - \tau)g(\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$
微分	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) \cdots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$
積分	$\int_0^t \cdots \int_0^t f(t)(dt)^n$	$s^{-n}F(s)$
指数関数	$e^{-at}$	$1/(s + a)$
インパルス関数	$\delta(t)$	1
ステップ関数	1	$1/s$
ランプ関数	$t$	$1/s^2$
	$t^n$	$n!/s^{n+1}$
	$t^n e^{-at}$	$n!/(s + a)^{n+1}$
	$\sin \omega t$	$\omega/(s^2 + \omega^2)$
	$\cos \omega t$	$s/(s^2 + \omega^2)$
	$e^{-at} \sin \omega t$	$\omega/\{(s + a)^2 + \omega^2\}$
	$e^{-at} \cos \omega t$	$(s + a)/\{(s + a)^2 + \omega^2\}$
移動定理	$f(t - d)$	$e^{-ds}F(s)$
最終値定理	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
初期値定理	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$